

Ein Bericht aus der Grundlagenforschung

Spektren periodischer Signale

September 1984
Überarbeitet Dezember 2004

Autor:
Manfred Baier
omtec hifi components
An den Schulgärten 33
D 35398 Giessen
Germany
eMail: mb@omtec-audio.de

(Originally published internet name: AT01001.pm5 - All rights reserved. ©1984-2005 M. Baier, omtec hifi components)

Technische Entwicklung ohne Grundlagenforschung ist undenkbar. Daher nimmt dieser Bereich bei unserer Arbeit breiten Raum ein. Die hier gefundenen Zusammenhänge widersprechen oft genug der Lehrmeinung oder dem augenblicklichen Modetrend bei hifi. Aus diesem Grund ist die Öffentlichkeit das richtige Forum für die Diskussion neuer Ansätze. Natürlich ausgenommen sind Berichte zu den Grundlagen technischer Lösungen wie sie in unseren Geräten angewendet werden.

Spektren periodischer Signale

Obertöne bestimmen die Klangfarbe

Zu den Grundlagen der analogen Signaltheorie gehören die sogenannten Fourier-Reihen periodischer Signale.



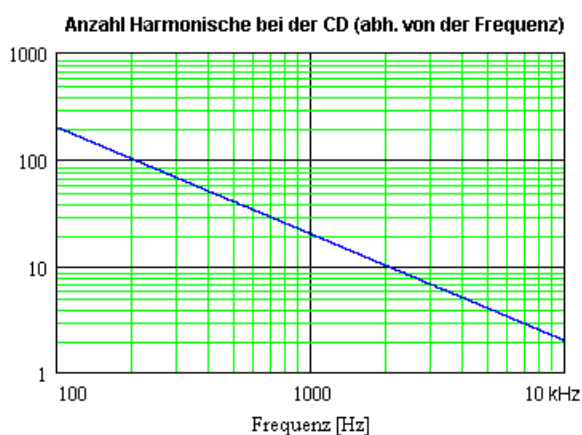
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 bis 1830)

Fourier hat im Jahre 1822 in seiner Abhandlung über Wärmeleitung die Behauptung aufgestellt, daß jede periodische Funktion $u(t)$ durch eine unendliche Folge von Sinuszeitfunktionen dargestellt werden kann. Schnell wurde deutlich, daß diese Form der mathematischen Beschreibung auch auf Tonschwingungen angewendet werden kann.

Der „Klang“ jeder Schwingung ist abhängig von ihrer Form. Wie Fourier zeigen konnte, läßt sich jede periodische Schwingungsform in eine Additionsreihe zerlegen, deren einzelne Glieder aus einfachen Sinusschwingungen bestehen. Diese Tätigkeit der Zerlegung komplexer periodischer Schwingungen in ihre aus Sinustönen bestehenden Komponenten nennt man Fourieranalyse. Musikalisch heißen solche Komponenten Obertöne, die ihrerseits insgesamt das Obertonspektrum eines Tons ausmachen.

Die Lautstärke (Amplitude) des Tons hat keinerlei Einfluß auf seine spektrale Zusammensetzung, lediglich die Pegel der Obertöne ändern sich im gleichen Verhältnis. Allerdings führt jede Änderung seiner Klangfarbe zu einem ungleich komplexeren Spektrum der Obertöne für die Zeitdauer einer jeden solchen Änderung. Musik besteht - zumal wenn natürliche Instrumente verwendet werden - aus ständigen Wechseln der spektralen Zusammensetzung, weshalb wir Musik gern als 'lebendige Transienten' beschreiben. Daher muß jeder Versuch, Musik allgemeingültig mathematisch zu beschreiben fehlschlagen.

Für Aufnahme, Übertragung und Wiedergabe von Musik ist zur exakten Reproduktion des Spektrums ausreichend Bandbreite notwendig. In der Analogtechnik ist Bandbreite kein großes Problem. Im Gegensatz dazu ist Bandbreite bei digitalen Medien ein durchaus großes Problem wegen der zur Vermeidung von Alias-Frequenzen notwendigen scharfen Filterung (besonders beim CD-Format).



Nebenstehendes Diagramm verdeutlicht die Abhängigkeit der Anzahl von übertragbaren Harmonischen beim CD-Format für Frequenzen zwischen 100 Hz und 10 kHz des Grundtons.

Bei 100 Hz werden immerhin 200 Harmonische bis 20 kHz übertragen. Beschränkungen die aus dem Einschwingen von Samples beruhen bleiben in der Darstellung unberücksichtigt.

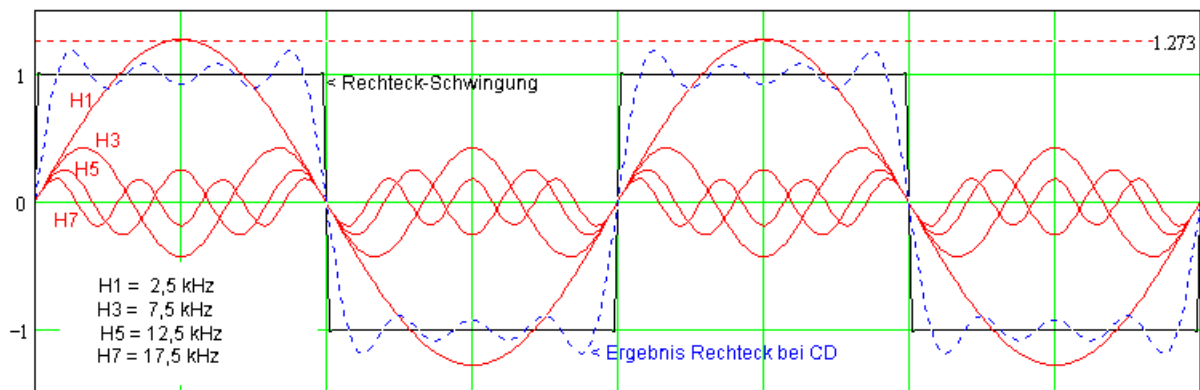
Bei 1 kHz werden noch 20 Harmonische übertragen, bei 5 kHz sind es nur noch drei (Grundton 5 kHz, Harmonische 10, 15 und bestenfalls 20 kHz).

Eine Begrenzung der Bandbreite wie bei der CD stellt somit eine "Vereinfachung" des ursprünglichen Signals hinsichtlich seiner Klangfarben dar, die weder durch Oversampling noch durch andere Maßnahmen auf der Wiedergabeseite (CD-Player) korrigiert oder zurück gewonnen werden kann.

Einfache periodische Signale

Das einfachste periodische Signal welches weithin bekannt ist stellt zweifellos die nach ihrer Form benannte Rechteckschwingung dar. Deren Obertöne (Harmonische) bestehen nur aus ungeradzahigen Vielfachen ihrer Grundfrequenz, dessen hörbare Tonhöhe auch Grundton genannt wird.

Im nachstehenden Diagramm ist die nach der Fourier-Reihe aus unendlich vielen Harmonischen bestehende Rechteck-Schwingung hier mit der Frequenz 2,5 kHz dargestellt. Ihre Übertragung stellt wie gesagt im Analog-System kein Problem dar. Bei Begrenzung der Bandbreite auf 20 kHz wie bei der CD werden die Harmonischen nur bis H7 übertragen. Die zu diesen vier Harmonischen H1 bis H7 gehörenden Frequenzen der Teilkomponenten sind ebenfalls dargestellt und ergeben den für die CD-Wiedergabe typische Rechteckform mit Welligkeit für Signal-Dach und -Boden.

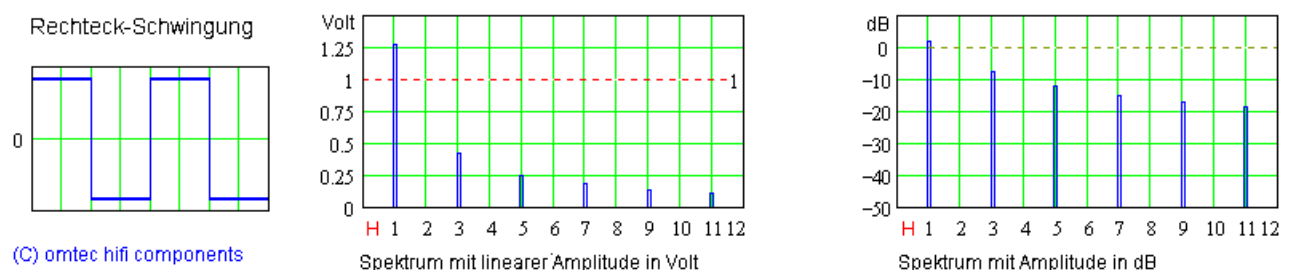


Rechteck-Schwingung der Frequenz 2,5 kHz und Bandbreite CD (20 kHz)

(C) omtec hifi components

Eine Besonderheit der Rechteck-Schwingung ist zweifellos die höhere Amplitude der Grundwelle H1 vom 1,27-fachen der Amplitude des Rechtecksignals selber, welche sich erst nach Summierung sämtlich Teil-schwingungen H ergibt. Jede Filterung wegen Begrenzung der Bandbreite verringert daher die Amplitude digitalisierter komplexer Schwingungen.

Kommen wir zur Darstellung des Fourier-Spektrums der Rechteck-Schwingung.

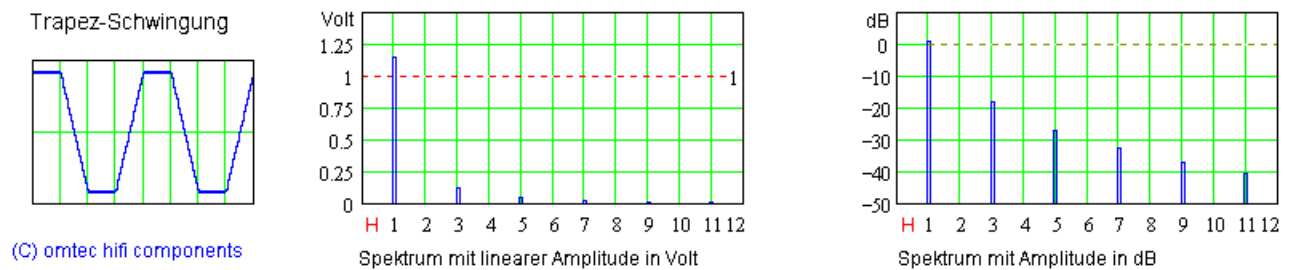


(C) omtec hifi components

Im linken Diagramm nochmals die Zeitfunktion des Rechtecks. In der Mitte die Darstellung als Spektrum mit der Bezeichnung der einzelnen Harmonischen H und deren Amplitude gemessen in Volt. Als analoge Schwingung besitzt das Rechteck eine zumindest theoretisch unendlich hohe Anzahl von Harmonischen, die ihren idealen rechteckförmigen Verlauf ausmachen. Aus Platzgründen sind hier nur die ersten 12 möglichen Harmonischen gezeigt, wobei wie erwähnt die Rechteckschwingung nur deren ungeradzahlige (1,3,5 usw.) tatsächlich enthält. Im rechten Diagramm dieselbe Darstellung mit dem Unterschied, daß die Amplitude hier in dB aufgetragen ist. Sinnvoll ist diese ungewohnte Darstellung deshalb, weil sich leicht erkennen läßt wie groß der dynamische Unterschied zwischen den einzelnen Harmonischen eigentlich ist. Zwischen H1 und H11 (sofern H11 in die Bandbreite paßt) ist der Pegelunterschied 'nur' 20 Dezibel, deutlich innerhalb der

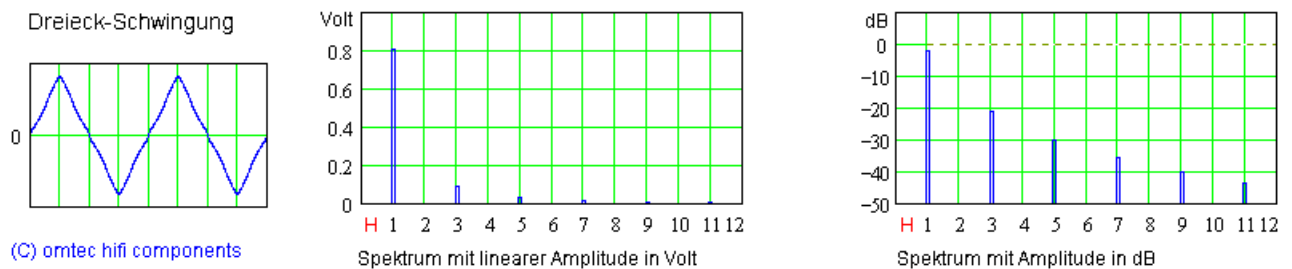
Dynamik des Ohrs. Dazu wird später noch etwas zu sagen sein.

Es folgt eine Schwingungsform die der Rechteckschwingung sehr ähnlich ist: die Trapez-Schwingung. In ihrer idealen Form (linkes Diagramm) unterscheidet sie sich durch den geraden Anstieg bzw. Abfall der Amplitude in einer definierten Zeit.



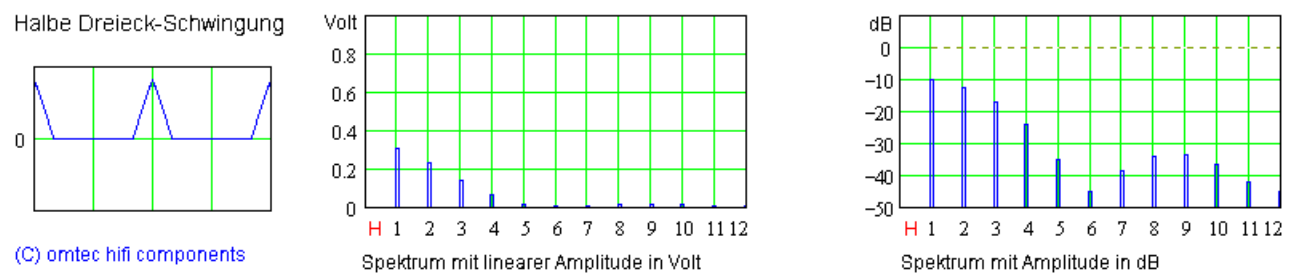
Auch das Spektrum der Trapezschwingung weist nur ungeradzahlige Harmonische auf, allerdings mit typisch veränderter Amplitude, wie im mittleren Diagramm abgebildet. Rechts wieder das gleiche Spektrum mit der Einheit Dezibel für die Amplitude der Harmonischen. Der Unterschied zwischen H1 und H11 beträgt immerhin bereits -40 dB.

Eine Dreieck-Schwingung besitzt ebenfalls nur ungeradzahlige Harmonische mit wiederum verändertem Amplitudenspektrum. Die Veränderungen des Spektrums vom Rechteck über die Trapez- bis zur Dreieck-



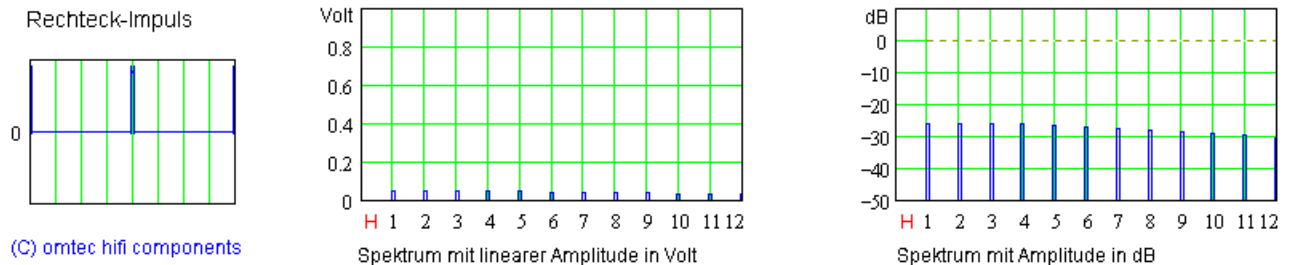
Schwingung sind typisch. Die einzelnen Pegel sind im mittleren Diagramm wieder in Volt und im rechten Diagramm in Dezibel gezeigt. Der Unterschied der Amplituden von H1 und H11 beträgt etwa -46 dB, liegt demnach innerhalb des Dynamikbereichs des Ohrs. Klanglich ist die Dreieckschwingung den anderen Schwingungsformen verwandt, aber deutlich unterscheidbar.

Kommen wir zu einer anderen Klasse von Schwingungen, die sowohl gerade als auch ungerade Harmonische im Spektrum haben. Als erstes Beispiel eine Halbe Dreieckschwingung oder Dreieck-Impuls:



Ihr Amplitudenspektrum ist völlig anders aufgebaut. Selbst die Grundwelle H1 besitzt eine Amplitude von nur etwa 0,3 Volt (mittleres Diagramm) oder -10 dB (rechtes Diagramm). Erst in der Darstellung des rechten Diagramms mit der Amplitude in dB läßt sich die wellenartige Struktur des Spektrums deutlich ausmachen. Die Angabe einer Pegeldifferenz zwischen H1 und H11 ist hier unsinnig geworden, weil schon H6 eine geringere Amplitude besitzt, der Verlauf eben nicht mehr monoton fallend ist. Höhere Harmonische als H12 werden in ihrer Amplitude noch kleiner, die wellenartige Struktur der Teiltöne setzt sich jedoch fort.

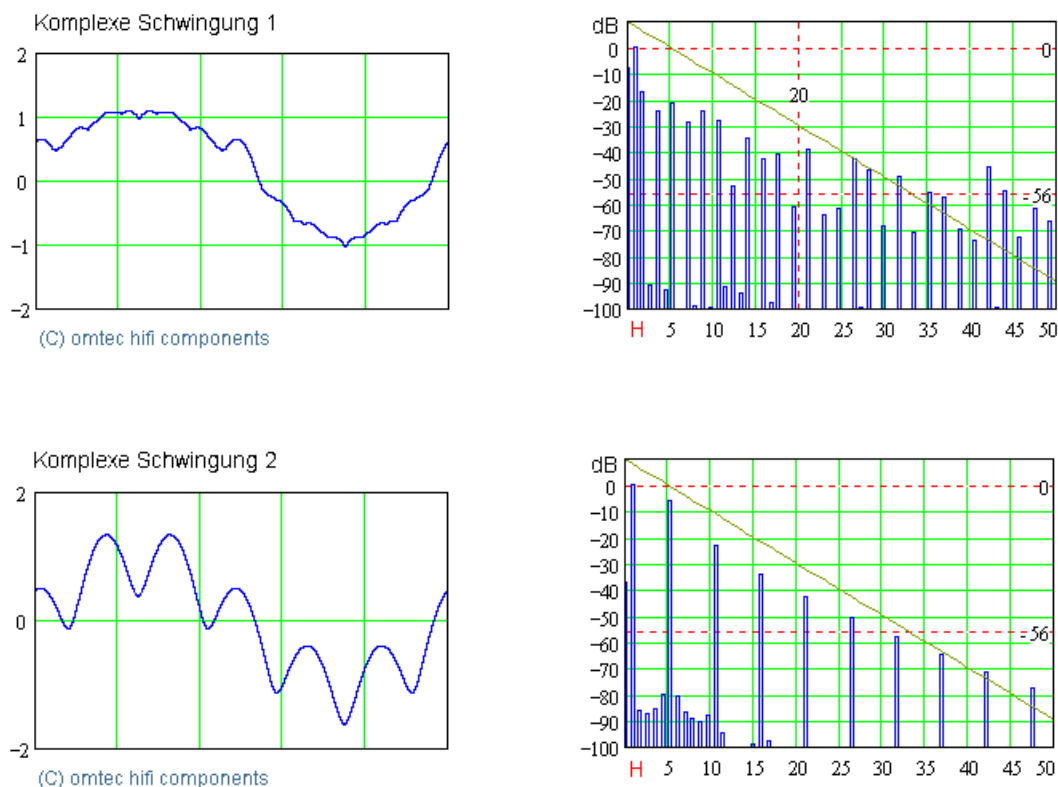
Die nächste Schwingungsform, deren spektrale Komponenten wir zeigen, ist der Rechteck-Impuls:

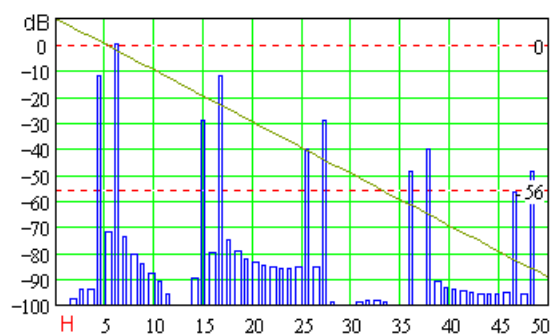
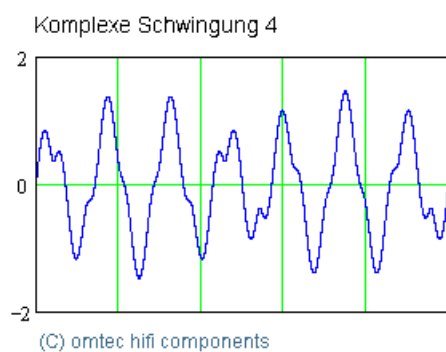
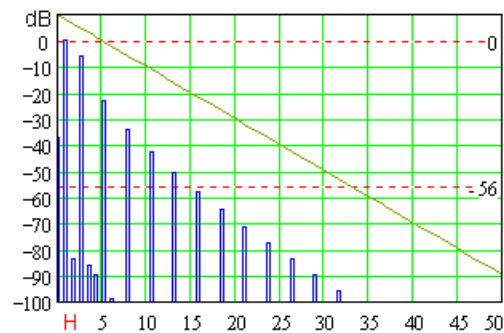
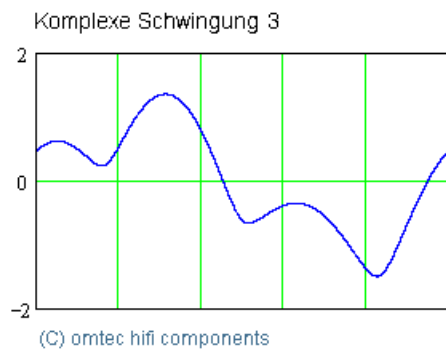


Seine Besonderheit liegt in der Tatsache, daß sein Spektrum umso flacher wird, je schmaler der Impuls selbst gegenüber der Zeitdauer seiner Periode ist. Bei der hier gezeigten Impulsbreite ist der durchschnittliche Pegel der Harmonischen H1 bis H12 weniger als 35 mV, erst ihre Summierung bildet den links gezeigten Rechteck-Impuls in voller Amplitude von +1 Volt. Das rechte Diagramm zeigt wiederum das Spektrum in dB, alle Harmonischen von H1 bis H12 haben einen Pegel um die -30 dB.

Komplexere Schwingungsformen

Periodische Schwingungen lassen sich mit erhöhter Komplexität konstruieren. Solche Schwingungen sehen zum Beispiel ähnlich den Schirmbildern wie sie vom Oszilloskop dargeboten werden wenn Musik dargestellt wird. In den nachfolgenden Beispielen wurden jeweils die ersten 50 Harmonischen mittels FFT (Fast Fourier Transformation) aus der Zeitfunktion berechnet. Der Grundton H1 könnte eine Frequenz von 440 Hz (Kammerton A) haben. In diesem Fall hätte H50 die Frequenz 22 kHz, also knapp oberhalb des Übertragungsbereichs. Bei H1=220 Hz gilt demensprechend H50=11 kHz.





Alle gezeigten komplexeren Schwingungsformen basieren letztlich auf sehr einfachen Algorithmen und sollen nur als Beispiel für der Musik ähnliche Signale und deren Spektren sein. Wie erwähnt, lässt sich wirkliches musikalisches Geschehen im Sinne unserer 'lebendigen Transienten' nicht mathematisch trivial beschreiben. Derart regelmäßig angeordnete Spektrallinien kommen in der Realität kaum vor, sofern mehr als ein Instrument am Klanggeschehen beteiligt ist. Dennoch ist es lehrreich solche Beispiele zu studieren um etwas über Signalqualität zu erfahren.

Insbesondere das zuletzt gezeigte Signal KS4 zeigt deutlich die Notwendigkeit einer guten Auflösung der Verstärkerelektronik. Die vielfältigen Möglichkeiten der Modulation - das heißt Veränderung - des Musiksignals sowohl durch statisches als auch dynamisches Fehlverhalten von Elektronik nehmen bei den Amplituden beteiligter Harmonischer von weniger als -60 dB tatsächlichem Pegel extrem zu. Man könnte einwenden, das derart kleine durch die Eigenschaften der Verstärkerelektronik bedingte Pegelveränderungen am Musiksignal nur minimale und unhörbare Veränderungen am Klangbild bewirken. Nicht nur, das ein solcher Standpunkt die High Fidelity von vornherein begräbt, ist er auch psychoakustisch aus mehreren Gründen falsch, wie an anderer Stelle zu begründen sein wird.

In den Diagrammen KS1 bis KS4 wird von einem Signalpegel von 0 dB (Vollaussteuerung) ausgegangen. Bei Musik ist das faktisch nur bei Impulsspitzen der Fall sofern der Toningenieur korrekt gepegelt hat. Es ist demnach kein Fehler, sieht man sich die Amplituden aller gezeigten Signalspektren nochmals unter dem Gesichtspunkt an, indem man sich die Pegel um -30 bis -40 dB kleiner denkt. Dann werden aus -40 dB etwa -70 bis -80 dB für die Amplitude einer solchen Spektrallinie. Das ist realitätsgerecht.

Hoffentlich hat dieser kurze Ausflug in die Welt der Fourierspektren der Schwingungsformen etwas mehr Klarheit in die Anforderungen einer hifi-Kette gebracht.